

CURBE ȘI SUPRAFETE DE-A LUNGUL TIMPULUI

O călătorie cu viraje neașteptate

RAFAEL RIVERA ȘI MACARENA TRUJILLO

Traducere de Antonia Călin

Capitolul 0

Vremea ideilor	7
Descartes. Gândesc, deci exist	8
Isaac Newton. Pentru fiecare acțiune există întotdeauna o reacție	11
Gottfried Leibniz. Totul este legat	14

Capitolul 1

Ține-te, pentru că vin curbele	19
La începutul drumului	19
Curbele în matematică. Cutia instrumentelor	22
Expresiile unei curbe	23
<i>Exemplul 1</i>	24
<i>Exemplul 2</i>	30
Lucruri de curbe	31
<i>Exemplul 3</i>	39
<i>Care segment este mai lung?</i>	42
<i>Exemplul 4</i>	43
Familii de curbe. Înrudirea ca și ghid	44
<i>Cum să construiești cicloidele, hipocicloidele și epicicloidele</i>	52
<i>Dimensiunea fractalilor</i>	57

Capitolul 2

Ajungând la suprafață	59
Superficiale, momentan	59
Începând cu suprafața	60
<i>Exemplul 1</i>	64
<i>Exemplul 2</i>	69

Rămânem la suprafață

Construind suprafețe

Supercuadrice

78

81

82

90

94

Capitolul 3

Curbe și suprafețe din apropiere

103

Natura și anatomia

104

Modernism

110

Artă

112

Arhitectură

115

Agrement și distracție

119

Mobilitate și comunicații

123

Design

127

Concluzie

135

Bibliografie recomandată

137

Vremea ideilor

Lucrurile nu există niciodată fără un motiv. Răspunsul la „acest lucru este așa pentru că este așa” este un fel de glumă universală a cuiva care nu este dispus să intre în subiect și vrea să iasă din acesta fără a se interesa de ceea ce nu îi este cunoscut. Această expresie este folosită și de cei care nu cunosc răspunsul, care poate nici nu s-au oprit să se gândească la acesta și nu vor să pară ignoranți. Această expresie are și altele echivalente; unele se referă la viitor („veți înțelege când veți crește”), altele diminuează o întrebare („asta nu contează”).

Cu toate acestea, există și cei care s-au oprit să se gândească la acest fapt, cei care nu vor să aștepte, care nu acceptă un răspuns nepotrivit la întrebările infinite puse de știință, și mai ales de matematică. Aceste personaje sunt cele care schimbă lumea, cele care oferă răspunsuri și întrebări noi, cele care fac ca știința să avanseze. Nu sunt singuri, desigur. Au nevoie de echipe care să colaboreze cu ei, au nevoie de idei preliminare, chiar au nevoie de afecțiune, de îngrijire, de alte persoane care să le însoțească. Dar sunt întotdeauna gânditori neliniștiți, rebeli, cu caracter mai bun sau mai rău, uneori obsedați, care insuflă plăcerea de a gândi, de a descoperi, de a verifica.

Această poveste care ne privește are trei protagoniști principali: **René Descartes** (1596-1650), **Isaac Newton** (1642-1727) și



Figura 1. Descartes, Newton și Leibniz au contribuit la transformarea secolului al XVII-lea într-un secol fertil pentru arte și pentru științe.

Gottfried Leibniz (1646-1716), și mulți actori secundari. Cei trei au contribuit la transformarea secolului al XVII-lea într-un secol special.

Descartes. Gândesc, deci exist



Figura 2. René Descartes.

René Descartes s-a născut în Franța, în 1596, în sânul unei familii bogate. Acesta este motivul pentru care și-a putut permite luxul de a studia fără să lucreze și fără a avea mentori care să-i plătească studiile. Un lux pe care, în ciuda faptului că îl aveau, mulți copii bogați și nobili ai vremii l-au respins pentru efortul pe care l-a implicat.

Din fericire, Descartes nu a făcut parte dintre aceștia. Deși nu a putut să frecventeze regulat școala din cauza sănătății precare, capacitatea sa intelectuală ridicată i-a permis să urmeze cursurile fără probleme și chiar să exceleze față de colegii lui. În copilărie, marea sa curiozitate l-a determinat să-i întrebe pe ceilalți despre lumea

LIBRIS | We know books
din jur și, ca adult, aceste întrebări au devenit întrebări pentru sine. Se îndoia de toate, de autorități și de ideile preconcepute, se îndoia inclusiv de informațiile pe care ni le oferă simțurile.

Adevărul este că timpul în care a trăit a fost supus unei schimbări constante. Unul dintre stâlpii societății franceze din acea vreme, Biserica, a fost cufundat într-un conflict amar între catolici și protestanți. S-a descoperit că Pământul nu era centrul Universului și că nu totul se învârtea în jurul său, ci că umila noastră planetă era doar una în plus într-o infinitate. Și **Galileo Galilei** (1564-1642) a vorbit despre metode științifice total revoluționare. Sincer, este normal ca Descartes să aibă îndoieli, nici noi nu am fi știut ce să credem. Uneori, ni se întâmplă încă și, dacă suntem atenți, îndoielile ne pot determina să analizăm, să verificăm, să avansăm.

În biografia lui Descartes sunt menționate trei profesii: matematician, filosof și fizician. Cu toate acestea, ceea ce a studiat la Universitatea din Poitiers a fost Dreptul și Medicina. După ce și-a terminat studiile într-un timp record, a decis să se ofere voluntar în armată pentru a participa la Războiul de Treizeci de Ani. De aici înainte, a început să călătorească și să interacționeze direct cu alți intelectuali și, deși nu exista internet sau rețele sociale, în acel moment existau grupuri de oameni de știință foarte bine organizate în diferite țări europene, ceea ce l-a ajutat să-și concentreze preocupările asupra ceea ce îl interesa cel mai mult: filosofia și matematica. La vârsta dedouăzeci și cinci de ani, a decis să renunțe la război și să se concentreze asupra cercetării: o decizie excelentă pentru lume.

Rigoarea și acuratețea matematicii au fost unele dintre cele mai valoroase instrumente din cruciada majoră a lui Descartes: căutarea adevărului. El le-a folosit pentru a-și organiza ideile și pentru a crea opera sa principală, *Discursul metodei de a direcționa bine rațiunea și de a găsi adevărul în știință*, publicat în 1637. În acest volum, Descartes expune idei noi, aplicabile multor domenii. Știm deja că a fi înaintea timpului în care trăiești nu este o sarcină ușoară.

Iar Descartes a putut să știe acest lucru foarte bine, deoarece Galileo, fiind născut cu doar trei decenii înainte de el, a suferit povara intransigenței. Așa că a încercat să ascundă unele dintre noutățile ideilor sale pentru a nu trezi suspiciuni și pentru a evita astfel cenzura sau pedeapsa.

Descartes este considerat tatăl filosofiei moderne și, în domeniul matematicii, un revoluționar al geometriei. Și, deși nu a oferit un număr mare de rezultate noi, a stabilit bazele a ceea ce cunoaștem astăzi ca „geometrie analitică”. Mai bine spus, datorită lui folosim un plan bidimensional cu două axe carteziene pentru a reprezenta obiecte. El a fost primul care a propus analiza figurilor și rezolvarea problemelor geometrice folosind un sistem de coordonate, precum și anumite metode de algebră și analiza matematică. Deși geometria analitică a lui Descartes nu este așa cum o înțelegem noi acum, marea sa contribuție la această știință a fost să revoluționeze geometria anterioară, cea euclidiană, raportând figurile la ecuațiile lor. Astfel, în „Le Géométrie”, un appendice al *Metodei*, Descartes se folosește de algebră și de trigonometrie, prin sistemul de coordonate, pentru a explica geometria.

Imitându-l pe Descartes, vom încheia prezentarea sa cu două îndoieli. Prima se referă la rolul său de prim om de știință care a publicat o lucrare despre geometria analitică, dar am spus deja că nu este acceptabil să credem că marii gânditori ai istoriei au fost singuri. Există dovezi că juristul și matematicianul francez **Pierre de Fermat** (1601-1665), contemporanul său, a fost și el în fruntea acestui domeniu, deși i-a luat mai mult timp decât lui Descartes să-și publice rezultatele și istoria nu i-a făcut dreptate.

A doua întrebare este legată de moartea sa. Am menționat deja că René Descartes era un copil bolnav și se pare că nici ca adult nu avea o sănătate bună. La vârsta de cincizeci de ani s-a mutat la Stockholm pentru a lucra ca profesor particular de matematică pentru regina

LIBRIS | We know books

Cristina a Suediei. Se pare că programul de curs trebuia să se potrivească cu programul foarte încărcat al suveranei și că trebuia să lucreze în zori. Acest lucru, împreună cu duritatea iernii din Suedia, l-a îmbolnăvit și, în februarie 1650, la vârsta de cincizeci și trei de ani, a murit de pneumonie. O versiune neoficială explică faptul că simptomele pe care le-a prezentat Descartes înainte de moartea sa nu au legătură cu această afecțiune, ci cu otrăvirea.

Noi, pentru orice eventualitate, facem ca Descartes și ne îndoim, de asemenea, de sfârșitul vieții profesorului, așa cum sigur ar fi făcut-o. Niciodată mai bine spus, îndoiala este înțeleaptă.

§

Isaac Newton. Pentru fiecare acțiune există întotdeauna o reacție

Isaac Newton s-a născut prematur în Anglia, în 1642, într-o familie de țăran. A crescut într-un mediu umil, departe de viața opulentă a lui Descartes. Și la aceasta trebuie să adăugăm și alte neajunsuri, în afară de cele economice.



Figura 3, Isaac Newton.

Tatăl lui Newton a murit înainte de nașterea sa, ceea ce a constituit un obstacol serios pentru mama sa, care a rămas văduvă și cu un copil. Când avea trei ani, mama lui s-a recăsătorit cu un reverend înstărit, scenariu favorabil în teorie pentru copilăria lui Newton, dar care s-a dovedit a fi exact invers: tatăl său vitreg nu voia să aibă grijă de el, așa că mama lui l-a trimis să locuiască cu bunica sa maternă, care nu era tocmai o persoană iubitoare. Newton a crescut fără căldura unei familii și cu

nesiguranța unui copil de care nimeni nu ține cont, ceea ce i-a marcat personalitatea pentru tot restul vieții. Fără îndoială, era un geniu, dar era și o persoană introvertită, singură și nesociabilă, care suferea numeroase crize și depresii.

După moartea tatălui său vitreg, când Newton avea unsprezece ani, s-a întors să locuiască cu mama sa, care moștenise o sumă imensă de bani. Atunci Newton a reușit să urmeze o școală, dar nu era un elev foarte sânguincios. Deși capacitatea sa intelectuală era cu mult peste cea a celorlalți colegi, el, pur și simplu, nu avea niciun interes să fie un elev model. Abia după o luptă cu un coleg de clasă, din competitivitate, a decis să fie primul din clasă și a reușit fără prea multe dificultăți.

La vârsta de optsprezece ani, Newton a intrat la Universitatea din Cambridge, iar obsesia pentru munca sa a fost de așa natură încât și-a impus o viață austeră, în care nu mai era loc pentru niciun fel de plăcere, inclusiv cea sexuală sau emoții. Nu avea timp pentru altceva. Practic, fără prieteni, a devenit o persoană rezervată și suspectă: nu s-a lăsat văzut prea mult în sălile de clasă, preferând singurătatea bibliotecilor și învățarea autodidactă. Era fascinat de matematică și îi dedica o mare parte din timpul său de studiu. Cu toate acestea, cele mai multe dintre realizările lui Newton au avut ca scop fizica: el a stabilit legi pentru tot felul de mișcări, de la cea a planetelor până la celebra cădere a mărului. Pentru care avea nevoie de calcul, așa că a trebuit să-l inventeze.

La vârsta de douăzeci și patru de ani, era deja profesor de matematică la universitatea în care studiasse, disciplină pentru care, împreună cu fizica, și-a concentrat cercetările. În ciuda personalității sale rezervate, colegii săi știau calitatea și importanța descoperirilor sale, deoarece începuse dezvoltarea a ceva total nou: calculul diferențial și integral. Abordarea calculului a fost realizată din geometria analitică. Deși aroganța sa l-a îndepărtat de teoria lui Descartes, Newton a făcut primii pași în calcul folosind baza matematică a acestuia. Într-o primă etapă a lucrat la calcularea tangentei la curbe în general, ceea ce l-a condus la conceptul de

derivată, până atunci, total necunoscut (bănuim că pe unii elevi de liceu nu i-ar deranja să se întoarcă în acea vreme). Newton a botezat derivatul ca „fluxion”, întrucât a înțeles curbele ca pe ceva care curge. Datorită acestei constatări, a fost posibil să se rezolve cu ușurință două dintre problemele care au cauzat cele mai multe dureri de cap pentru matematicienii momentului: calculul maximului și al minimului unei funcții și calculul tangentei la o curbă. Cu toate acestea, a mai existat o altă soluție: o metodă generală de calcul al ariei de sub o curbă (numită și „cuadratură”). Și acest lucru l-a condus la un alt concept de bază al calculului: integrala. Integrala nu a fost un concept nou, deoarece Jacob Bernoulli sugerase deja acest nume, ci asocierea pe care Newton a stabilit-o între derivată și aria de sub curba funcției care o definește. Sau altfel spus: aria de sub curbă este integrala funcției. Aceasta este cunoscută sub numele de „teorema fundamentală a calculului”, în care integrala și derivata unei funcții sunt operații inverse.

Marea lucrare a lui Newton, publicată în 1687, *Philosophiae naturalis principia mathematica* („Principiile matematice ale fizicii”), este cea mai populară carte științifică din istorie. Conține legea universală a gravitației și celebrele legi newtoniene. În paginile sale a fost definită pentru prima dată gravitația și s-a arătat că forța care atrage Luna, la care a privit în mod constant, și mărul care i-a căzut pe cap, este aceeași. Toate acestea, sub umbrela acelei noi matematici pe care a introdus-o. Sau poate că a fost Leibniz... Da, gloria invenției calculului diferențial și integral nu este meritată doar de Newton, ci și de Leibniz, așa cum vom vedea mai jos. Această luptă pentru a fi primul i-a condus la o cunoscută confruntare, care, pe lângă faptul că a avut un impact asupra lor, a tulburat coexistența a numeroase comunități științifice, care se desfășurau de o parte sau de alta.

Datorită rezultatelor sale științifice, Newton a primit o multitudine de recunoașteri de la domeniul științific la cel social. În ciuda faptului că era un tiran, răzbunător și extrem de susceptibil la critici, contribuțiile sale mai mult decât geniale la știință i-au câștigat

trecerea de la țăran la domn, cu care, la vârsta adultă, Newton a obținut acea vizibilitate care în copilărie îi lipsise și, în ciuda sănătății sale delicate și a unei ipohondrii exacerbate, a trăit până la optzeci și cinci de ani. Rămășițele sale au fost îngropate cu toate onorurile în Abația Westminster.

Este incredibil să crezi că o persoană, într-o singură viață, poate realiza progrese științifice pe care le-a realizat Newton. Chiar și așa, el a recunoscut modest: „Ceea ce știm este o picătură de apă; ceea ce ignorăm este oceanul”.

§

Gottfried Leibniz. Totul este legat



Figura 4. Gottfried Leibniz.

Gottfried Leibniz s-a născut în Germania, în 1646, și a avut o copilărie mai dulce decât a lui Newton. Tatăl lui Leibniz era profesor universitar și, deși a murit și el când micuțul Gottfried avea doar șase ani, a avut timp să-i insuflă fiului său interesul pentru cunoaștere.

Leibniz a fost un student harnic, care a învățat foarte repede. În plus, interesul său profund pentru a se educa l-a făcut să apeleze la biblioteca pe care a moștenit-o de la tatăl său pentru a-și extinde cunoștințele. La doar paisprezece ani a mers la universitate pentru a studia dreptul și a obținut titlul de jurist. Printre profesiile sale se includ cele de filosof, matematician și fizician. Pentru ca mai târziu să spună că trebuie să alegi între știință și litere, de parcă n-ar avea nicio legătură între ele.

La începutul carierei, și-a dorit să fie profesor universitar, dar i s-a refuzat postul pe care și-l dorea la Universitatea din Leipzig, orașul

LIBRIS | We know books
său natal. Când și-a luat doctoratul, i s-a oferit un loc de muncă la Universitatea Altdorf, dar de data aceasta el a fost cel care a refuzat postul: avea alte planuri.

Cariera lui Leibniz a fost întotdeauna legată de serviciul aristocraților, al politicienilor și al oamenilor bogați care au acționat ca patroni ai operei sale. Astfel, a devenit un consilier al nobililor și chiar un confident al prințeselor. Această funcție i-a permis să călătorească în calitate de diplomat și, în scurt timp, talentele sale intelectuale l-au determinat să ocupe funcții importante la Curte. Călătoriile pe care le-a făcut în Franța, Olanda și în Anglia au fost esențiale pentru a interacționa cu alți intelectuali ai filosofiei și ai matematicii. Încă o dată, rețelele sociale au funcționat ca instrument fundamental.

Deși a scris mult despre filosofie și despre matematică, publicațiile sale sunt scurte în comparație cu cele pe care ni le-au lăsat Descartes și Newton. În ceea ce privește matematica, lista rezultatelor este extinsă. Leibniz a fost cel care a introdus sistemul de numerotare binar bazat pe zerouri și unu și a inventat o mașină de calcul bazată pe acest sistem, care ar putea fi considerată precursora calculatoarelor de astăzi. Dar la vremea lui contemporanii nu au reușit să vadă avantajele pe care Leibniz le-a atribuit acestui sistem, pe care el îl considera o formă eficientă și simplă de calcul. Atunci li s-a părut mai bine să numere pe degetele mâinilor și deci să folosească un sistem cu 10 cifre. Mai mult, pentru a cita încă o contribuție în afara sferei preocupării noastre, tot Leibniz a fost cel care a introdus primul criteriu pentru a stabili convergența unei serii și combinatoria ca disciplină matematică.

Cine este capabil să realizeze o producție științifică precum cea a lui Leibniz, Newton sau a lui Descartes poate fi considerat, fără îndoială, un super-erou. Așadar, ca într-un film Marvel, am putea spune că Newton și Leibniz au fost dușmani. Principala lor luptă a constat în a demonstra cine a descoperit primul calculul infinitezimal, o confruntare care este considerată cea mai cunoscută din istoria matematicii. Când vorbim despre Newton, i-am atribuit acestuia

realizarea, iar adevărul acesta este, deși este împărțită. Leibniz și Newton nu au lucrat împreună, dar fiecare era conștient de rezultatele celuilalt. În mod independent și pe căi diferite, cei doi au ajuns în același punct, deși paternitatea calculului era un subiect asupra căruia Newton nu era dispus să facă compromisuri și din acest motiv a cerut Societății Regale (una dintre cele mai prestigioase instituții științifice ale vremii) să postuleze cine era demn de un asemenea titlu. Instituția a decis în favoarea lui Newton, care a avut mai mult sprijin, iar acest lucru a afectat reputația lui Leibniz, deși astăzi manuscrisele sale arată coparentalitatea lui.

Pe scurt, povestea a decurs după cum urmează. Ambii oameni de știință au ajuns la conceptele de *derivată* și *integrală* și au arătat că acestea sunt inverse (teorema fundamentală a calculului). În plus, au dezvoltat instrumentele care le-au permis să manipuleze derivate și integrale și modul de aplicare a acestora în rezolvarea generală a unei multitudini de probleme care până în acel moment erau complexe sau de nerezolvat. Din acest motiv, a vorbi despre originile curbelor și ale suprafețelor este sinonim cu a vorbi despre originile calculului diferențial și integral, în care atât Newton, cât și Leibniz au un rol preponderent.

Notăția pe care o folosim și astăzi pentru calcul este cea folosită de Leibniz. De exemplu, simbolurile pentru calculul diferențial sau incrementări (dx , Δx) sunt ale sale și, de asemenea, faimosul simbol pentru integrală ($\int$), o curbă cu totul specială, care reprezintă un S alungit, cu aluzie la cuvântul latin *summa*. Este, de asemenea, opera lui Leibniz folosirea punctului pentru înmulțire, alungând astfel simbolul $\times$, care, scris de mână, ar putea fi ușor confundat cu variabila x .

Rezultatele obținute la matematică au fost însoțite de două progrese în domeniul filosofiei, întrucât Leibniz a fost precursorul logicii moderne și al filosofiei analitice. Din acest motiv, este considerat unul dintre cei mai influenți filosofi din istorie.